**Barem de corectare şi notare OLM clasa a XII a**

1 Prin calcule rezultă că $G = \{I_4, A, A^2, A^3\}$;…………………………………………4p
Verificarea axiomelor grupului.............................................................................3p

2. f admite primitive pe R dacă f continuă pe R.............................................................1p
Limitele laterale în 0 sunt : f (0-0) =arcctg(–∞) = π ………………………......................2p
f(0+0)= arcctg(∞) = 0
……………………….......................2p
⇒ arcctg(–∞) = π ≠ f(0+0) arcctg(∞) = 0 ..................................................................1p
0 este punct de discontinuitate de speța *I* ⇒ f nu are primitive pe R............................1p

3.a ) Avem $\hat{0}^2 = \hat{0}, \hat{1}^2 = \hat{1}, \hat{2}^2 = \hat{4}, \hat{3}^2 = \hat{2}, \hat{4}^2 = \hat{2}, \hat{5}^2 = \hat{4}, \hat{6}^2 = \hat{1}$

de unde obținem $H = \left\{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{4}\right\}$ şi $card\left(H\right) = 4$ ……………………………………2 p

b) Fie $a, b, c, d \neq \hat{0}$: $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac - bd & -\left(ad + bc\right) \\ ad + bc & ac - bd \end{pmatrix} \in G$ dacă $\begin{cases} ac - bd \neq \hat{0} \\ ad + bc \neq \hat{0} \end{cases}$

………………………………………………………………………………2 p

Presupunem că

$$\begin{cases} ac - bd = \hat{0} \Big| \cdot a \neq \hat{0} \\ ad + bc = \hat{0} \Big| \cdot b \neq \hat{0} \end{cases}$$ …………………………………………………………1p

Însumând relațiile astfel obținute avem: $a^2c + b^2c = \hat{0} \Leftrightarrow c\left(a^2 + b^2\right) = \hat{0}$

Ținând cont de faptul că $c \neq \hat{0}$ obținem $a^2 + b^2 = \hat{0} \overset{b.)}{\Rightarrow} a^2 = \hat{0}$ *şi* $b^2 = \hat{0} \overset{a,b\in \mathbb{Z}_7}{\Rightarrow} a = b = \hat{0}$

ceea ce contravine ipotezei. Deci $ac - bd \neq \hat{0}$ şi $ad + bc \neq \hat{0}$ …………………………..2 p

4. Se face substituția x= $\pi$ -t,………………………………………………………… 2p

şi obținem I= $\int_0^{\pi} \sin\left(\cos\left(\pi - t\right) + 2k\left(\pi - t\right)\right)dt =$ ……………………………………..2p

$= \int_0^{\pi} \sin\left(-\cos t - 2k\pi\right) = -\int_0^{\pi} \sin\left(\cos t + 2k\pi\right)dt = -I,$ …………………………………..2p

de unde rezultă I = 0 .......................................................................................................1p